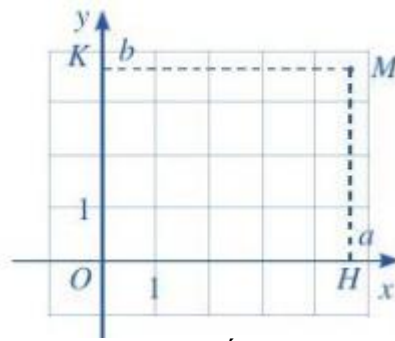


A. LÝ THUYẾT

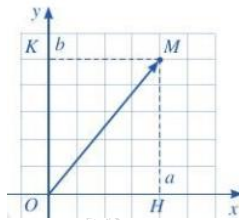
I. Tọa độ của một điểm



- Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với trục hoành và cắt trục hoành tại điểm H ứng với số a . Số a là hoành độ của điểm M .
 - Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với trục tung và cắt trục tung tại điểm K ứng với số b . Số b là tung độ của điểm M .
- Cặp số $(a; b)$ là tọa độ của điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Ta kí hiệu là $M(a; b)$.

II. Tọa độ của một vector

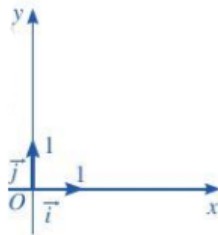
Tọa độ của điểm M được gọi là tọa độ của vector $\overrightarrow{OM}$.



Nếu $\overrightarrow{OM}$ có tọa độ $(a; b)$ thì ta viết $\overrightarrow{OM} = (a; b)$, trong đó a gọi là hoành độ của vector $\overrightarrow{OM}$ và b gọi là tung độ của vector $\overrightarrow{OM}$.

Chú ý: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ta có:

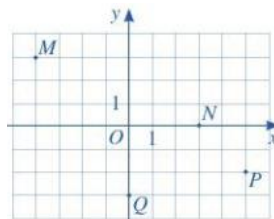
- $\overrightarrow{OM} = (a; b) \Leftrightarrow M(a; b)$.



- Vector $\vec{i}$ có điểm gốc là O và có tọa độ $(1; 0)$ gọi là vector đơn vị trên trục Ox .

Vector $\vec{j}$ có điểm gốc là O và có tọa độ $(0; 1)$ gọi là vector đơn vị trên trục Oy .

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm M, N, P, Q . Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$.



Giải

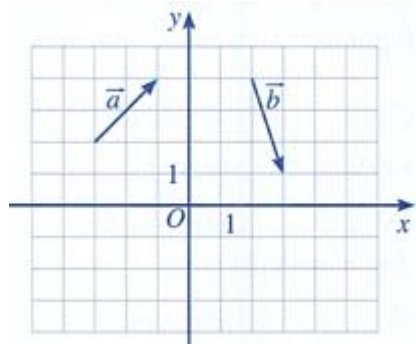
Từ hình trên ta có: $M(-4; 3), N(3; 0), P(5; -2), Q(0; -3)$.

Do đó: $\overrightarrow{OM} = (-4; 3), \overrightarrow{ON} = (3; 0), \overrightarrow{OP} = (5; -2), \overrightarrow{OQ} = (0; -3)$

Với mỗi vector $\vec{u}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của vector $\vec{u}$ là tọa độ của điểm A sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$.

Nếu $\vec{u}$ có tọa độ $(a;b)$ thì ta viết $\vec{u} = (a;b)$, trong đó a gọi là hoành độ của vectơ $\vec{u}$ và b gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$.

Ví dụ 2. Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ở hình

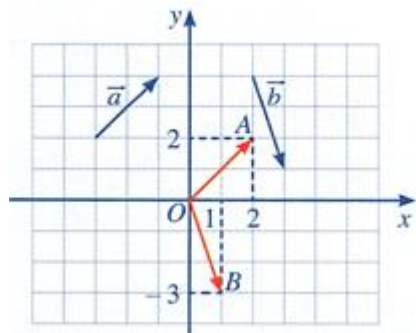


Giải

Trong hình, ta có:

+) $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ và $A(2;2)$; tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ chính là tọa độ điểm A nên $\vec{a} = (2;2)$.

+) $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ và $B(1;-3)$; tọa độ vectơ $\overrightarrow{OB}$ chính là tọa độ điểm B nên $\vec{b} = (1;-3)$.



Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , nếu $\vec{u} = (a;b)$ thì $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$. Ngược lại, nếu $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$ thì $\vec{u} = (a;b)$.

Chú ý: Với $\vec{a} = (x_1; y_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2)$, ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$. Như vậy, mỗi vectơ hoàn toàn được xác định khi biết tọa độ của nó.

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;2)$ và vectơ $\vec{u} = (3;-4)$.

a) Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{OA}$ qua vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$.

b) Biểu diễn vectơ $\vec{u}$ qua vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$.

Giải

a) Vì điểm A có tọa độ là $(1;2)$ nên $\overrightarrow{OA} = (1;2)$. Do đó:

$$\overrightarrow{OA} = 1\vec{i} + 2\vec{j} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

b) Vì $\vec{u} = (3;-4)$ nên $\vec{u} = 3\vec{i} + (-4)\vec{j} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

III. Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;1), B(4;3), C(-1;-2)$ không thẳng hàng.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Giải

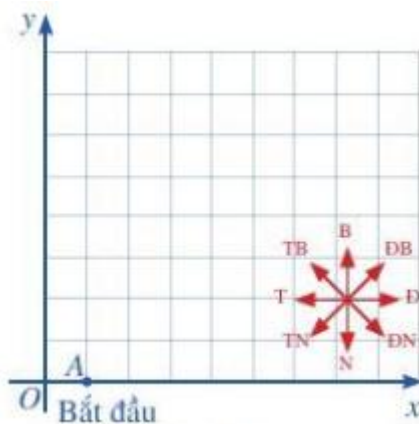
a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4-1; 3-1)$. Vậy $\overrightarrow{AB} = (3;2)$.

b) Gọi tọa độ của điểm D là $(x_D; y_D)$, ta có: $\overrightarrow{DC} = (-1-x_D; -2-y_D)$. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = (3; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 3 \\ -2 - y_D = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = -4 \end{cases}$$

Vậy $D(-4; -4)$.

Ví dụ 5. Trong một bài luyện tập của các cầu thủ bóng nước, huấn luyện viên cho các cầu thủ di chuyển theo ba đoạn liên tiếp. Đoạn thứ nhất di chuyển về hướng Đông Bắc với quãng đường là $20m$; đoạn thứ hai di chuyển về hướng Tây Bắc với quãng đường là $10m$ và đoạn thứ ba di chuyển theo hướng Đông Bắc với quãng đường $5m$.

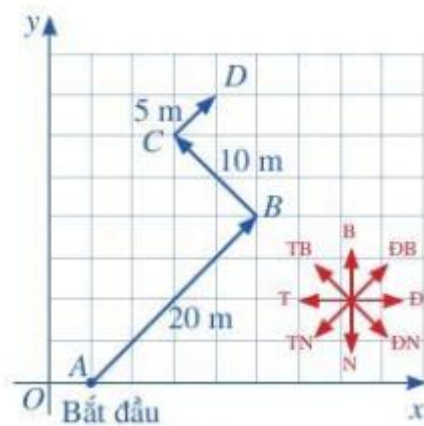


a) Vẽ các vectơ biểu diễn sự di chuyển của các cầu thủ trong hệ trục tọa độ Oxy với vị trí bắt đầu như hình, trong đó ta quy ước độ dài đường chéo của mỗi ô vuông là $5m$.

b) Tìm tọa độ của các vectơ trên.

Giải

a) Trong hình, ta thấy các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ lần lượt biểu diễn sự di chuyển theo đoạn thứ nhất; đoạn thứ hai; đoạn thứ ba của các cầu thủ.



b) Do độ dài đường chéo của mỗi ô vuông là $5m$ nên độ dài cạnh của mỗi ô vuông là $\frac{5\sqrt{2}}{2}m$. Dựa vào số ô vuông, ta có:

$$A\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; 0\right); \quad B\left(\frac{25\sqrt{2}}{2}; 10\sqrt{2}\right);$$

$$C\left(\frac{15\sqrt{2}}{2}; 15\sqrt{2}\right); \quad D\left(10\sqrt{2}; \frac{35\sqrt{2}}{2}\right).$$

Do đó

$$\overrightarrow{AB} = \left(\frac{25\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}; 10\sqrt{2} - 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (10\sqrt{2}; 10\sqrt{2})$$

$$\overrightarrow{BC} = \left(\frac{15\sqrt{2}}{2} - \frac{25\sqrt{2}}{2}; 15\sqrt{2} - 10\sqrt{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$$

$$\overrightarrow{CD} = \left(10\sqrt{2} - \frac{15\sqrt{2}}{2}; \frac{35\sqrt{2}}{2} - 15\sqrt{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right).$$

Tìm hiểu thêm

Chứng minh công thức tính tọa độ của vector qua tọa độ của điểm đầu và điểm cuối

Trong Mục III, ta đã phát biểu khẳng định sau:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

Khẳng định trên có thể chứng minh như sau:

Vì $\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A)$ nên $\overrightarrow{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$.

Vì $\overrightarrow{OB} = (x_B; y_B)$ nên $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$

Do đó

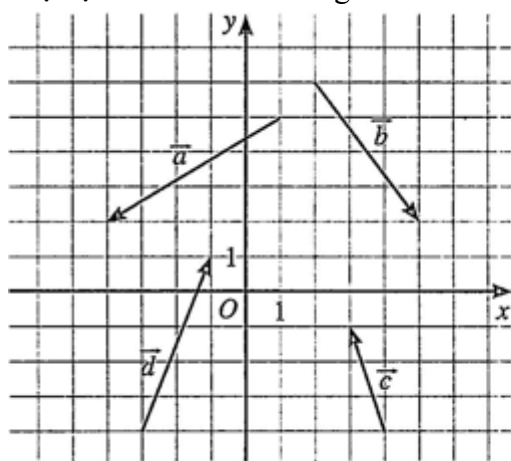
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) = (x_B \vec{i} - x_A \vec{i}) + (y_B \vec{j} - y_A \vec{j}) = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$$

Vậy $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

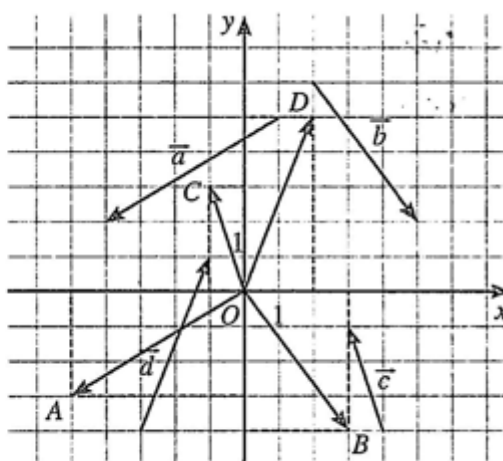
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Tìm tọa độ của vector

Câu 1 Tìm tọa độ của các vector trong Hình 2.



Hình 2



Hình 3

Giải

Trong Hình 3, ta có:

- Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, ta có: $A(-5; -3)$ nên $\vec{a} = (-5; -3)$.

- Vẽ $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, ta có: $B(3; -4)$ nên $\vec{b} = (3; -4)$.

- Vẽ $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, ta có: $C(-1; 3)$ nên $\vec{c} = (-1; 3)$.

- Vẽ $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$, ta có: $D(2; 5)$ nên $\vec{d} = (2; 5)$.

Câu 1. Tìm tọa độ của các vector sau:

a) $\vec{a} = -2\vec{i}$

b) $\vec{b} = 3\vec{j}$;

c) $\vec{c} = -4\vec{i} + \vec{j}$

d) $\vec{d} = \sqrt{5}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$.

Giải

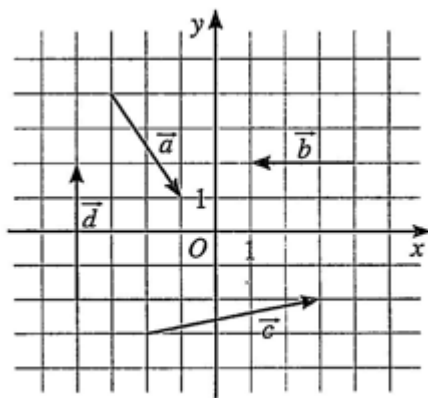
a) $\vec{a} = (-2; 0)$;

b) $\vec{b} = (0; 3)$

c) $\vec{c} = (-4; 1)$;

d) $\vec{d} = \left(\sqrt{5}; \frac{1}{2} \right)$.

Câu 2. Tìm tọa độ của các vector trong Hình 4 .



Hình 4

Lời giải

$\vec{a} = (2; -3), \vec{b} = (-3; 0), \vec{c} = (5; 1), \vec{d} = (0; 4)$.

Câu 3. Viết tọa độ của các vector sau:

a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}; \vec{c} = 3\vec{i}; \vec{d} = -2\vec{j}$.

b) $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}; \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}; \vec{d} = -4\vec{j}; \vec{e} = 3\vec{i}$

Lời giải

a) $\vec{a} = (2; 3); \vec{b} = \left(\frac{1}{3}; -5 \right); \vec{c} = (3; 0); \vec{d} = (0; -2)$

b) $\vec{a} = (1; -3); \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1 \right); \vec{c} = \left(-1; \frac{3}{2} \right); \vec{d} = (0; -4); \vec{e} = (3; 0)$

Câu 4. Viết dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

a) $\vec{u} = (2; -3); \vec{u} = (-1; 4); \vec{u} = (2; 0); \vec{u} = (0; -1)$.

b) $\vec{u} = (1; 3); \vec{u} = (4; -1); \vec{u} = (1; 0); \vec{u} = (0; 0)$.

Lời giải

a) Ta

có: $\vec{u} = (2; -3) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}; \vec{u} = (-1; 4) \Rightarrow \vec{u} = -\vec{i} + 4\vec{j}; \vec{u} = (2; 0) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{i} + 0\vec{j}; \vec{u} = (0; -1) \Rightarrow \vec{u} = 0\vec{i} - \vec{j}$

b) Ta có: $\vec{u} = (1; 3) \Rightarrow \vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}; \vec{u} = (4; -1) \Rightarrow \vec{u} = 4\vec{i} - \vec{j}; \vec{u} = (1; 0) \Rightarrow \vec{u} = \vec{i} + 0\vec{j}; \vec{u} = (0; 0) \Rightarrow \vec{u} = 0\vec{i} + 0\vec{j}$

.

Dạng 2 . Tìm điều kiện để hai vector bằng nhau, chứng minh hai vector bằng nhau

Câu 5. Tìm các số thực a và b sao cho mỗi cặp vector sau bằng nhau:

a) $\vec{m} = (3a - 1; 2b + 1)$ và $\vec{n} = (-4; 2)$;

b) $\vec{u} = (2a - 1; -3)$ và $\vec{v} = (3; 4b + 1)$;

c) $\vec{x} = (a + b; -2a + 3b)$ và $\vec{y} = (2a - 3; 4b)$.

Giải

a) $\vec{m} = \vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 1 = -4 \\ 2b + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$b) \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=3 \\ -3=4b+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$$

$$c) \vec{x} = \vec{y} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2a-3 \\ -2a+3b=4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ b=-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=3 \\ b=-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$

Câu 6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho bốn điểm $A(-2;1), B(2;3), C(1;0)$,

Giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;2), \overrightarrow{DC} = (4;2)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 7. Tìm các số thực a và b sao cho mỗi cặp vector sau bằng nhau:

a) $\vec{m} = (2a+3; b-1)$ và $\vec{n} = (1; -2)$;

b) $\vec{u} = (3a-2; 5)$ và $\vec{v} = (5; 2b+1)$;

c) $\vec{x} = (2a+b; 2b)$ và $\vec{y} = (3+2b; b-3a)$.

Lời giải

a) $a = -1, b = -1$.

b) $a = \frac{7}{3}, b = 2$.

c) $a = \frac{3}{5}, b = \frac{-9}{5}$.

Dạng 3. Tìm toạ độ của một điểm thoả mãn điều kiện cho trước

Câu 8. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho ba điểm $A(2;3), B(-1;1), C(3;-1)$.

a) Tìm toạ độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$.

b) Tìm toạ độ trung điểm N của đoạn thẳng AC . Chứng minh $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NM}$.

Giải

a) Giả sử $M(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AM} = (x-2; y-3), \overrightarrow{BC} = (4; -2)$.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=4 \\ y-3=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases} \text{ Vậy } M(6;1).$$

b) Giả sử $N(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AN} = (x-2; y-3), \overrightarrow{NC} = (3-x; -1-y)$.

Vì N là trung điểm của đoạn thẳng AC nên ta có:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BN} = \left(\frac{7}{2}; 0\right), \overrightarrow{NM} = \left(\frac{7}{2}; 0\right). \text{ Suy ra } \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NM}.$$

Câu 9. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho tam giác ABC . Các điểm $M(1;-2)$, $N(4;-1)$ và $P(6;2)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm toạ độ của các điểm A, B, C .

Giải

Vì M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB nên tứ giác $ANMP$ là hình bình hành, suy ra

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM}. \text{ Giả sử } A(x_A; y_A).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AN} = (4-x_A; -1-y_A); \overrightarrow{PM} = (-5; -4).$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 4-x_A=-5 \\ -1-y_A=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=9 \\ y_A=3 \end{cases} \text{ Vậy } A(9;3).$$

Tương tự, từ $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{NP}$, ta tính được $B(3;1), C(-1;-5)$.

Câu 10. Cho ba điểm $A(1;-2), B(2;3), C(-1;-2)$.

a) Tìm toạ độ điểm D đối xứng với A qua C .

- b) Tìm tọa độ điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành có 3 đỉnh là A, B, C .
 c) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Lời giải

a) D đối xứng với A qua C hay C là trung điểm của AD

$$\Rightarrow \begin{cases} x_D = 2x_C - x_A = -3 \\ y_D = 2y_C - y_A = -2 \end{cases} \Rightarrow D(-3; -2).$$

$$\text{b) } ABCE \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x_E - 1; y_E + 2) = (-3; -5) \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 1 = -3 \\ y_E + 2 = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -2 \\ y_E = -7 \end{cases} \Rightarrow E(-2; -7).$$

$$\text{c) } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tọa độ của vector $\vec{u} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ là:

- A. $(-3; 2)$.
- B. $(2; -3)$.
- C. $(-3\vec{i}; 2\vec{j})$.
- D. $(3; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Tọa độ của vector $\vec{u} = 5\vec{j}$ là:

- A. $(5; 0)$.
- B. $(5; \vec{j})$.
- C. $(0; 5\vec{j})$.
- D. $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

- A. $(2; 5)$.
- B. $(2; -5)$.
- C. $(-2; -5)$.
- D. $(-2; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-1; 3), B(2; -1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $(1; -4)$.
- B. $(-3; 4)$.
- C. $(3; -4)$.
- D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho $\vec{u} = (-2; -4), \vec{v} = (2x - y; y)$. Hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng nhau nếu:

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1; -2), B(3; 2), C(4; -1)$. Toạ độ của đỉnh D là:

- A. $(8; 3)$.
B. $(3; 8)$.
C. $(-5; 0)$.
D. $(0; -5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Trên trục $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D có toạ độ lần lượt là $3; 5; -7; 9$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overline{AB} = 2$ B. $\overline{AC} = -10$ C. $\overline{CD} = -16$ D. $\overline{AB} + \overline{AC} = -8$

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $\overline{CD} = x_D - x_C = 9 - (-7) = 16$

Câu 8. Trên trục $x'Ox$ cho toạ độ các điểm A, B lần lượt là a, b . Khi đó toạ độ điểm A' đối xứng với A qua B là:

- A. $b - a$ B. $\frac{a+b}{2}$ C. $2a - b$ D. $2b - a$

Lời giải

Đáp án D

A' đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của $AA' \Rightarrow x_{A'} + x_A = 2x_B \Leftrightarrow x_{A'} = 2b - a$

Câu 9. Cho 4 điểm A, B, C, D trên trục $(O; \vec{i})$ thỏa mãn $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$. Khi sso mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{2}{\overline{AC}} = \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{AD}}$ B. $\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{DA}}$ C. $\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}}$ D. $\frac{2}{\overline{AD}} = \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{AC}}$

Lời giải

Gọi a, b, c, d lần lượt là toạ độ của A, B, C , D. Ta có:

$$\begin{aligned}
& + \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow (c-b)(b-d) = (b-c)(a-d) \\
& \Leftrightarrow ac + bd + bc + ad = 2ab + 2cd = (a+b)(c+d) = 2(ad + cb) \\
& + \frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} \Leftrightarrow \frac{2}{b-c} = \frac{1}{c-a} + \frac{1}{d-a} \Leftrightarrow (a+b)(c+d) = 2(ab + cd)
\end{aligned}$$

Đáp án C

Câu 10. Trên trục $x'Ox$ cho 3 điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $2; 1; -2$. Khi đó tọa độ điểm M nguyên

đương thỏa mãn $\frac{1}{MA} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$ là:

A. 0

B. 4

C. 2

D. 3

Lời giải

Đáp án B

$$\text{Gọi tọa độ điểm } M \text{ là } x \Rightarrow \frac{1}{2-x} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{-2-x} \Rightarrow -x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4$$

Câu 11. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của véc tơ $2\vec{i} + 3\vec{j}$ là:

A. $(2; 3)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(3; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ của véc tơ $2\vec{i} + 3\vec{j}$ là: $(2; 3)$.

Câu 12. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

A. $\vec{u} = (3; -4)$.

B. $\vec{u} = (3; 4)$.

C. $\vec{u} = (-3; -4)$.

D. $\vec{u} = (-3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (3; -4).$$

Câu 13. Trong hệ tọa độ Oxy cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

B. $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$.

C. $\vec{u} = (-1; 10)$.

D. $\vec{u} = (1; -10)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } \vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right).$$

Câu 14. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 1), N(4; -1)$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{13}$.

B. $\left|\overrightarrow{MN}\right| = 5$.

C. $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{29}$.

D. $\left|\overrightarrow{MN}\right| = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} = (3; -2) \Rightarrow \left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}.$$

Câu 15. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1), B(4; 3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} = (8; -3)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-2; -4)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (2; 4)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 4).$$

Câu 16. Trong hệ trục tọa độ Oxy , tọa độ của vector $\vec{a} = 8\vec{j} - 3\vec{i}$ bằng

- A. $\vec{a} = (-3; 8)$. B. $\vec{a} = (3; -8)$. C. $\vec{a} = (8; 3)$. D. $\vec{a} = (8; -3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \vec{a} = 8\vec{j} - 3\vec{i} = -3\vec{i} + 8\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (-3; 8).$$

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1; 3)$ và $C(3; 1)$. Độ dài vector $\overrightarrow{BC}$ bằng

- A. 6. B. $2\sqrt{5}$. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Tính độ dài vector $\overrightarrow{BC}$.

$$\overrightarrow{BC} = (4; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}. \text{ Vậy } |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 3)$ và $B(0; 6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = (5; -3)$. B. $\overrightarrow{AB} = (1; -3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (3; -5)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (-1; 3).$$

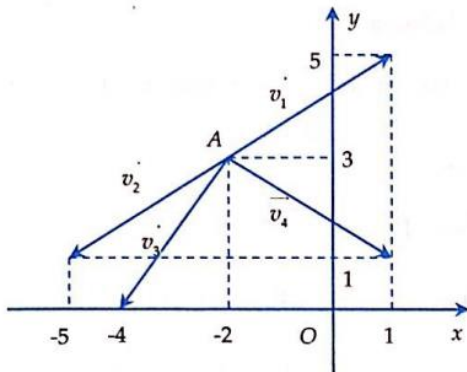
Câu 19. Vector $\vec{a} = (5; 0)$ biểu diễn dạng $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ được kết quả nào sau đây?

- A. $\vec{a} = 5\vec{i} - \vec{j}$ B. $\vec{a} = 5\vec{i}$ C. $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j}$ D. $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{j}$

Lời giải

Đáp án B

Câu 20. Cho điểm $A(-2; 3)$ và vector $\overrightarrow{AM} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Vector nào trong hình là vector $\overrightarrow{AM}$?



- A. $\vec{V}_1$ B. $\vec{V}_2$ C. $\vec{V}_3$ D. $\vec{V}_4$

Lời giải

Đáp án D

Ta có: $\vec{V}_4 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

Câu 21. Trong các cặp vector sau, cặp vector nào không cùng phương?

A. $\vec{a} = (2; 3); \vec{b} = (-10; -15)$

B. $\vec{u} = (0; 5); \vec{v} = (0; 8)$

C. $\vec{m} = (-2; 1); \vec{n} = (-6; 3)$

D. $\vec{c} = (3; 4); \vec{d} = (6; 9)$

Lời giải

Ta có: $\frac{3}{6} \neq \frac{4}{9} \Rightarrow \vec{c}$ và $\vec{d}$ không cùng phương.

Đáp án D

Câu 22. Trong các cặp vector sau, cặp vector nào không cùng phương?

A. $\vec{a} = (2; 3); \vec{b} = (6; 9)$

B. $\vec{u} = (0; 5); \vec{v} = (0; -1)$

C. $\vec{m} = (-2; 1); \vec{b} = (1; 2)$

D. $\vec{c} = (3; 4); \vec{d} = (-6; -8)$

Lời giải

Đáp án C

Câu 23. Cho $\vec{u} = (m^2 + 3; 2m), \vec{v} = (5m - 3; m^2)$. Vector $\vec{u} = \vec{v}$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp:

A. $\{2\}$

B. $\{0; 2\}$

C. $\{0; 2; 3\}$

D. $\{3\}$

Lời giải

Đáp án A

Theo bài ra $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3 = 5m - 3 \\ 2m = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

Câu 24. Cho 2 vector $\vec{u} = (2m - 1)\vec{i} + (3 - m)\vec{j}$ và $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$. Tìm m để hai vector cùng phương.

A. $m = \frac{5}{11}$

B. $m = \frac{11}{5}$

C. $m = \frac{9}{8}$

D. $m = \frac{8}{9}$

Lời giải

Để 2 vector cùng phương thì $\frac{2m-1}{2} = \frac{3-m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$.

Đáp án C

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(m-1; 2); B(2; 5-2m); C(m-3; 4)$. Tìm m để A, B, C thẳng hàng.

A. $m = 3$

B. $m = 2$

C. $m = -2$

D. $m = 1$

Lời giải

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{3-m}{m-5} = \frac{3-2m}{2m-1} \Leftrightarrow (3-m)(2m-1) = (3-2m)(m-5) \Leftrightarrow m = 2$

Đáp án B

Câu 26. Cho $\vec{a} = (4; -m), \vec{v} = (2m+6; 1)$. Tập giá trị của m để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương là:

A. $\{-1; 1\}$

B. $\{-1; 2\}$

C. $\{-2; -1\}$

D. $\{-2; 1\}$

Lời giải

Đáp án C

$\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow \begin{cases} 4 = k(2m+6) \\ -m = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$

Câu 27. Cho 4 điểm $A(1;-2), B(0;3), C(-3;4), D(-1;8)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. A, B, C

B. B, C, D

C. A, B, D

D. A, C, D

Lời giải

Đáp án C

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 5), \overrightarrow{DA} = (2; -10) \Rightarrow \overrightarrow{DA} = -2\overrightarrow{AB} \Rightarrow A, B, D \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $\vec{a} = (5; 2)$, $\vec{b} = (10; 6 - 2x)$. Tìm x để $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương?

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi: $\frac{10}{5} = \frac{6-2x}{2} \Leftrightarrow x = 1$. Chọn đáp án A.

Câu 29. Trong hệ trục Oxy , cho 4 điểm $A(3;-2), B(7;1), C(0;1), D(-8;-5)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng

D. A, B, C, D thẳng hàng

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (4; 3), \overrightarrow{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \text{ nên } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng}$$

Đáp án B

Câu 30. Cho 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vector nào sau đây cùng phương?

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$

B. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$

C. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$

D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$

Lời giải

Đáp án D

$$2\vec{u} = 4\vec{a} - 3\vec{b}, -12\vec{v} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Rightarrow \vec{u} = -6\vec{v}$$

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho $A(m-1;2), B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị m để A, B, C thẳng hàng.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m), \overrightarrow{AC} = (-2; 2)$$

$$\text{Do A, B, C thẳng hàng nên tồn tại số thực } k \text{ sao cho } \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m = -2k \\ 3-2m = 2k \end{cases} \Rightarrow m = 2.$$

Câu 32. Cho $A(-1;1), B(1;3), C(-2;0)$. Tìm x sao cho $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{BC}$

A. $x = \frac{2}{3}$

B. $x = -\frac{2}{3}$

C. $x = \frac{3}{2}$

D. $x = -\frac{3}{2}$

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (2;2), \overrightarrow{BC} = (-3;-3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

Câu 33. Cho $\vec{A} = (3;-2), \vec{B} = (-5;4), \vec{C} = \left(\frac{1}{3};0\right)$. Tìm $\vec{x}$ thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC}$.

A. $x = 3$

B. $x = -3$

C. $x = 2$

D. $x = -4$

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-8;6); \overrightarrow{AC} = \left(\frac{-8}{3};2\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}.$$

Đáp án A

Câu 34. Vector $\vec{a} = (2;-1)$ biểu diễn dưới dạng $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ được kết quả nào sau đây?

A. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$

B. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$

C. $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$

D. $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{a} = (2;-1) \Leftrightarrow \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$$

Đáp án A

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $M(2;3), N(0;4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A .

A. $A(1;5)$

B. $A(-3;7)$

C. $A(-2;-7)$

D. $A(1;-10)$

Lời giải

Đáp án B

$$\text{Gọi } A(x;y), \text{ ta có: } \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=-2 \\ y-6=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow A(-3;7)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM_1} = 3, \overrightarrow{OM_2} = -4, \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = 2\overrightarrow{OI} = (3;-4), \text{ với } I \text{ là trung điểm của } M_1M_2$$

Câu 36. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(2;0); N(2;2); P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$. Tọa độ điểm B là:

A. $B(1;1)$

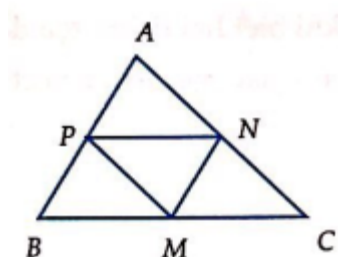
B. $B(-1;-1)$

C. $B(-1;1)$

D. $B(1;-1)$

Lời giải

Ta có $BPMN$ là hình bình hành nên



$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = (-1) + 2 \\ y_B + 2 = 3 + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}$$

Đáp án C

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-1;1), B(1;3), C(5;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(3;0)$. B. $(5;0)$. C. $(7;0)$. D. $(5;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $D(x,y)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;2)$, $\overrightarrow{DC} = (5-x;2-y)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=2 \\ 2-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}.$$

Vậy $D(3;0)$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$, $B(0;4)$, $C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là

- A. $(3;\sqrt{2})$. B. $(3;7)$. C. $(\sqrt{7};2)$. D. $(3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;y)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1)$, $\overrightarrow{DC} = (5-x;-4-y)$

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=2 \\ -4-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}. \text{ Vậy } D(3;-5).$$

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy ; cho hai điểm $A(1;4), B(-4;2)$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng đi qua hai điểm A, B với trục hoành là

- A. $(-9;0)$. B. $(0;9)$. C. $(9;0)$. D. $(0;-9)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(m;0)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục hoành. Khi đó; A, B, M thẳng hàng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-5;-2)$, $\overrightarrow{AM} = (m-1;-4)$.

$$A, B, M \text{ thẳng hàng } \Leftrightarrow \frac{m-1}{-5} = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow m = -9.$$

Vậy $M(-9;0)$.

Câu 40. Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;1); B(0;-3); C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

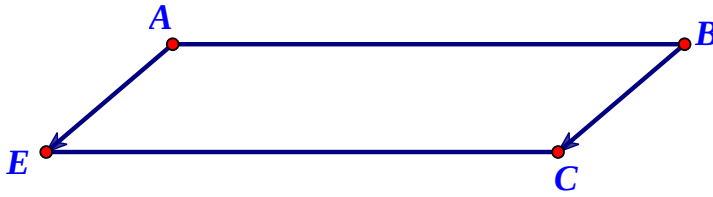
- A. $D(5;5)$ B. $D(5;-2)$ C. $D(5;-4)$ D. $D(-1;-4)$

Lời giải

$$\text{Gọi } D(x;y). \text{ Ta có: } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow D(5;5)$$

Đáp án A

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1), B(-1;2), C(3;0)$. Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành khi tọa độ E là cặp số nào sau đây?

A. $(6;-1)$ B. $(0;1)$ C. $(1;6)$ D. $(6;1)$ **Lời giải****Chọn A**Gọi $E(x;y)$.

$$\text{Tứ giác } ABCE \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=4 \\ y-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy $E(6;-1)$.

Câu 42. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-3;1), B(1;4), C(5;3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-1;0)$ B. $D(1;0)$ C. $D(0;-1)$ D. $D(0;1)$ **Lời giải****Đáp án B**

$$\overrightarrow{AB} = (4;3), \overrightarrow{DC} = (5-x;3-y) \text{ với } D(x;y), \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=4 \\ 3-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow D(1;0)$$

Câu 43. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;-3), B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;0)$ B. $M(4;0)$ C. $M\left(-\frac{5}{3};0\right)$ D. $M\left(\frac{17}{7};0\right)$ **Lời giải****Đáp án D**

$$M \in Ox \Rightarrow M(x;0), \overrightarrow{AB} = (1;7), \overrightarrow{AM} = (m-2;3)$$

$$\text{Để } A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}$$

Câu 44. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1); B(6;-1)$. Tìm điểm M trên Ox sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(2;0)$ B. $M(8;0)$ C. $M(-4;0)$ D. $M(4;0)$ **Lời giải**

$$M \in Ox \Rightarrow M(x;0), \overrightarrow{AB} = (4;-2), \overrightarrow{AM} = (x-2;-1)$$

$$\text{Để } A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow x = 4$$

Đáp án D